Niveau(x) d'enseignement: 4 Numéro EDUQ : 8670134
Centre d'intérêt: 841

Collin, Francine.

Ensembles de nombres et ensembles / doc. préparé par Francine Collin, André Davidson, Pierre Mathieu ; [pour le Ministère de l'éducation, Direction générale des programmes et la Direction générale des régions]. -- [Québec] : Les Directions, 1985.
[7], 38 p. : graph. ; 28 cm. -- (Matériel de soutien à l'implantation des programmes du secondaire)

Le couv. porte en outre: Mathématique, option 1, plan de cours. Code: 16-3303-03.

Vedette(s)-secondaire(s): Davidson, André * Mathieu, Pierre, 1944- * Québec (Province) Ministère de l'éducation. Direction générale des programmes * Québec (Province) Ministère de l'éducation. Direction générale des régions

---

Descripteur(s): Mathématiques * Plan de cours * Programme d'enseignement * Guide pédagogique * Activité d'apprentissage * Secondaire (Ordre d'enseignement)

Dans le cadre de l'implantation du programme d'études d'option I en mathématiques au secondaire, certains conseillers pédagogiques se sont réunis afin de produire des documents de soutien à l'intention des enseignants. Le document porte sur "les ensembles de nombres et les ensembles". L'objectif général visé est d'initier l'élève à l'application de certains concepts ensemblistes en favorisant une meilleure connaissance des nombres réels. L'objectif terminal visé est de résoudre des problèmes des notions ensemblistes et des nombres réels. A partir d'une mise en situation, plusieurs activités ou tâches sont suggérées pour arriver à développer les habiletés prescrites dans les objectifs intermédiaires. Les activités s'adressent à la clientèle du cours de mathématique 434.

Type de document: d
Notice(s) connexe(s): 8670132, 8670133, 8670135

129/35

EDUQ 8670134

Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction générale des programmes
Direction générale des régions

16-3303-03

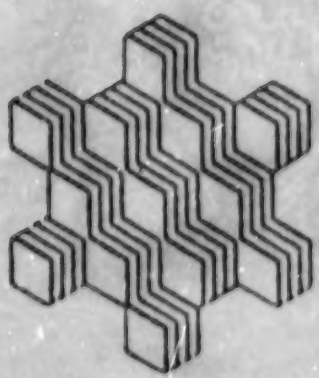
MATÉRIEL DE SOUTIEN À L'IMPLANTATION DES PROGRAMMES DU SECONDAIRE

MATHÉMATIQUE

OPTION I

PLAN DE COURS

ENSEMBLES DE NOMBRES
ET ENSEMBLES



DÉCEMBRE 1985

ENSEMBLES DE NOMBRES
ET
ENSEMBLES

MAI 1985

Document préparé par: FRANCINE COLLIN
ANDRE DAVIDSON
PIERRE MATHIEU

EDUQ 8670134

AVANT-PROPOS

Dans le cadre de l'implantation du programme d'études d'option I (064-434) en mathématique au secondaire, certains conseillers pédagogiques se sont réunis afin de produire des documents de soutien à l'intention des enseignants.

Voici la liste des documents qui ont été rédigés.

NUMÉRO	TITRE	AUTEURS
16-3303-02	La logique	André Davidson René Parenteau
16-3303-03	Les ensembles de nombres et les ensembles	Francine Collin André Davidson Pierre Mathieu
16-3303-04	L'algèbre des réels	Pierre Mathieu Hélène Tessier
16-3303-05	Les relations et les fonctions	Robert Mercier Jean Saumier
16-3303-06	La géométrie analytique et l'algèbre du cours 414*	Jean-Luc Bombardier Pierre Mathieu
16-3303-07	Les coniques	Paul Patenaude Rosa Maria Sandoval
16-3303-08	Les fonctions exponentielles et les fonctions logarithmiques	Denis De Champlain Marcel Mius D'Entremont Jean Matte

*Il est possible de se procurer la carte murale mentionnée dans ce document en communiquant avec: Monsieur Pierre Mathieu
C.S.R. Yamaska
2270 avenue Malhiot
ST-HYACINTHE (Québec)
J2S 4G3
Tél: (514) 773-8401

Le contenu de ces documents n'engage que les auteurs. Tout organisme scolaire qui le souhaite est autorisé à reproduire ces documents à condition d'en préciser la source.

PRESENTATION

L'objectif général visé est d'initier l'élève à l'application de certains concepts ensemblistes en favorisant une meilleure connaissance des nombres réels.

L'objectif terminal visé est de résoudre des problèmes utilisant des notions ensemblistes et des nombres réels.

A partir d'une mise en situation, plusieurs activités ou tâches seront suggérées pour arriver à développer les habiletés prescrites dans les objectifs intermédiaires.

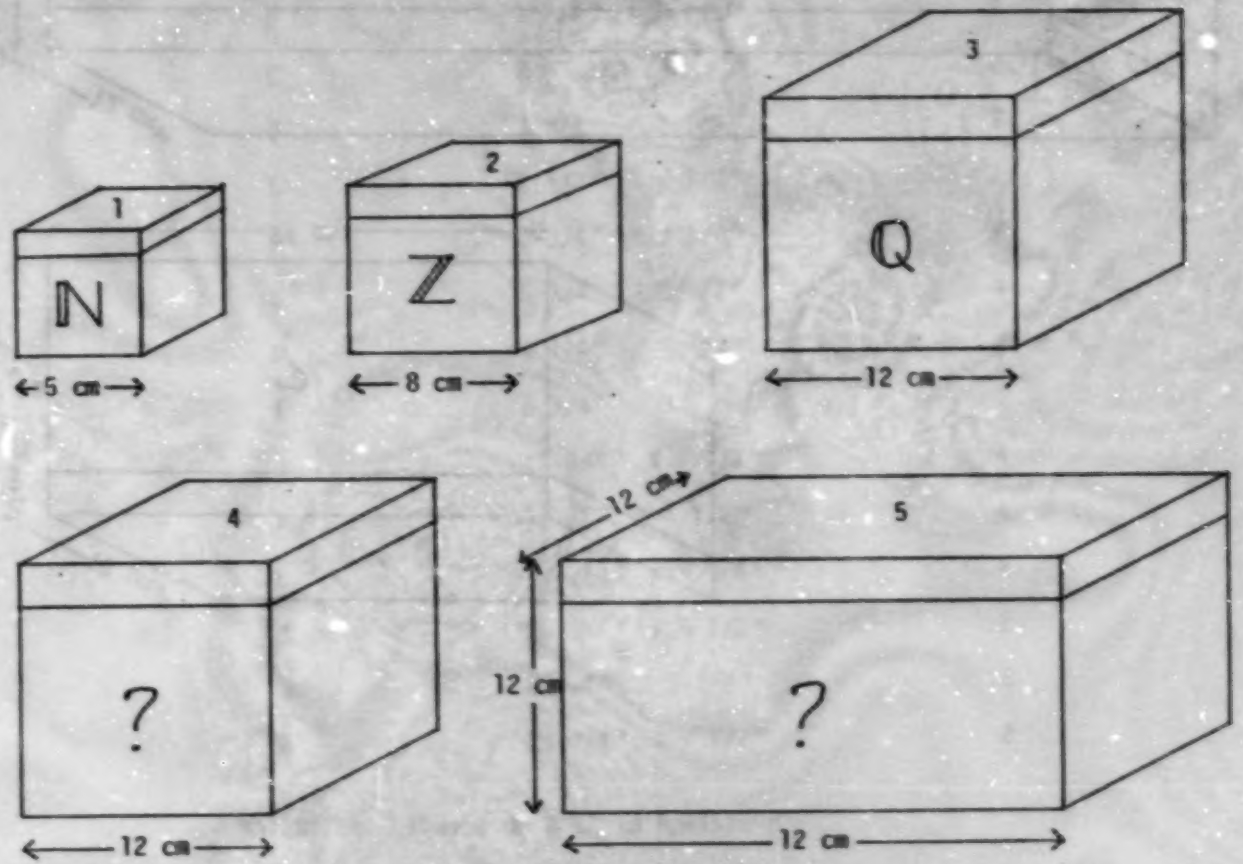
Nous souhaitons que cette unité en soit une de départ croyant qu'il est motivant de commencer l'année avec du connu pour habiller ce connu d'une perspective nouvelle et globalisante.

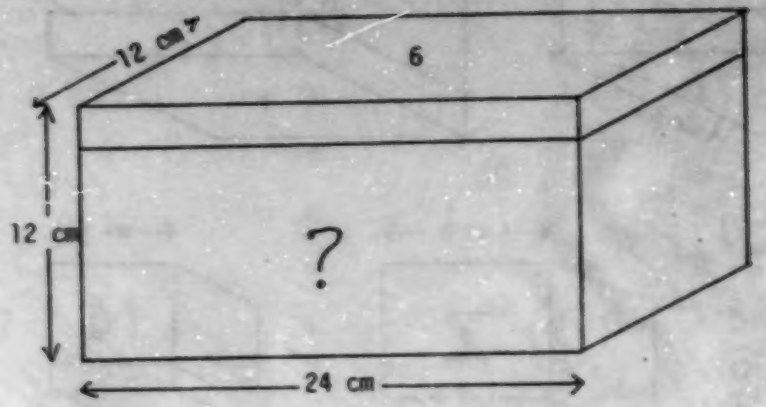
La mathématique devient essentiellement relationelle, s'intéressant ici plus aux relations qui existent entre les nombres qu'à leur nature, laquelle doit avoir été cernée au cours des années antérieures. Voir et situer les choses connues d'une façon nouvelle et avec un langage nouveau, pour accéder à un nouveau mode de préhension, de groupement et plus encore à des éléments dont on ignorait encore à ce jour l'existence (ℓ), c'est l'objectif global du document.

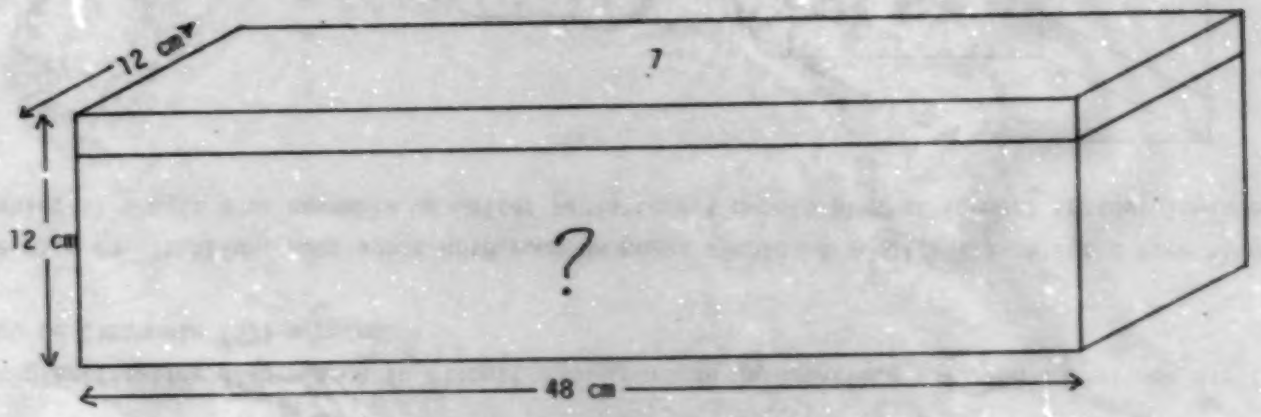
MISE EN SITUATION

Cette planification s'adresse à la clientèle du cours de mathématique 434. On lui alloue dix (10) périodes de cinquante (50) minutes.

Comme mise en situation, nous avons opté pour un moyen simple mais qui a l'avantage d'être visuel et palpable; il s'agit d'un ensemble de boîtes parfaitement emboîtables et formant un tout logique.




12 cm
6
12 cm
?
24 cm


12 cm
7
12 cm
?
48 cm

DIMENSIONS DES PIECES DE BOIS

PIECES		NOMBRE
A	2" X 1 1/2"	2
B	1 1/4" X 1 1/2"	2
C	2" X 2"	2
D	3 3/4" X 2 1/2"	2
E	2 1/2" X 2 1/2"	2
F	3 3/4" X 3 1/4"	2
G	5 3/4" X 3 1/2"	4
H	4 1/4" X 3 1/2"	4
I	5 3/4" X 5"	4
J	12 3/4" X 4 1/2"	4
K	5 1/2" X 4 1/2"	4
L	12 3/4" X 6 1/4"	4
M	26 3/4" X 5 1/2"	2
N	6 3/4" X 5 1/2"	2
O	26 3/4" X 7 1/2"	2

MATERIEL: Plywood de 3/8" d'épaisseur

La boîte no 1 est formée des pièces AABBCC

La boîte no 2 est formée des pièces DDEEFF

La boîte no 3 est formée des pièces GGHHII

La boîte no 4 est formée des pièces GGHHII

La boîte no 5 est formée des pièces JJKKLL

La boîte no 6 est formée des pièces JJKKLL

La boîte no 7 est formée des pièces MMNNOO

N.B.: les pièces A, D, G, J et M sont des côtés

les pièces B, E, H, K et N sont des bouts

les pièces C, F, I, L et O sont des dessus et des dessous

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (2.1.1): Un nombre étant donné, identifier si ce nombre est un naturel, un entier, un rationnel, un irrationnel, un réel ou un complexe.	PAGE 1 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

ACTIVITE 1: A la découverte des nombres

L'enseignant présente aux élèves les boîtes dont certaines sont identifiées; les boîtes sont emboîtées; il les ouvre (désemboîtement) devant les élèves.

La grande boîte contient tous les nombres qui existent!

Les élèves constatent qu'il y a sept (7) boîtes dont trois (3) sont déjà identifiées.

L'enseignant indique aux élèves que l'activité consiste à découvrir les différents ensembles de nombres qui existent.

L'enseignant demande aux élèves d'identifier la première boîte et de trouver des nombres que l'on pourrait y loger.

Un élève a en sa possession de petits carrés de carton sur lesquels il inscrit, au fur et à mesure, les nombres acceptés (de 8 à 10 nombres) par le groupe.

Cet élève dépose ensuite ces cartons dans la boîte identifiée $\mathbb{N}$.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES
L'enseignant discute avec les élèves de l'ensemble des nombres naturels et des caractéristiques de cet ensemble de nombres. Les nombres acceptés comme éléments de $\mathbb{N}$ étant placés dans la boîte; on en referme le couvercle. L'enseignant soulève alors les questions suivantes et en discute avec les élèves: a) Qu'arrivera-t-il lorsque la boîte sera totalement pleine de cartons illustrant des nombres naturels? b) Cet ensemble de nombres ($\mathbb{N}$) est-il limité? est-il fini? c) Le couvercle sur la boîte illustre-t-il correctement cette situation? L'enseignant prend ensuite la deuxième boîte et il demande aux élèves de trouver des nombres que l'on peut y loger. *Un élève écrit les entiers acceptés (de 8 à 10 nombres) par le groupe sur des cartons et les place dans la boîte identifiée $\mathbb{Z}$.*	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (2.1.1): Un nombre étant donné, identifier si ce nombre est un naturel, un entier, un rationnel, un irrationnel, un réel ou un complexe.	PAGE 3 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

Si les élèves ont accepté des nombres naturels (0, 1, 2, 3, ...) comme éléments de $\mathbb{Z}$, l'enseignant discute avec les élèves de la pertinence de placer ces éléments dans la boîte identifiée $\mathbb{Z}$.

Les nombres sont ensuite classés dans la bonne boîte.

L'enseignant amène ensuite les élèves à placer la boîte identifiée $\mathbb{N}$ (no 1) dans la boîte identifiée $\mathbb{Z}$ (no 2) et il ferme le couvercle de la boîte identifiée $\mathbb{Z}$.

L'enseignant discute avec les élèves de l'ensemble des nombres entiers et des caractéristiques de cet ensemble de nombres.

L'enseignant prend la troisième boîte identifiée $\mathbb{Q}$ et il demande aux élèves de trouver des nombres que l'on peut y loger, en les amenant à utiliser diverses formes possibles (fraction, nombre décimal, nombre fractionnaire, pourcentage, etc.).

Un élève écrit les nombres rationnels acceptés par le groupe (de 15 à 20) sur des cartons et les place dans la boîte identifiée $\mathbb{Q}$.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Si des élèves ont donné des nombres équivalents (Ex.: $\frac{5}{4}$, 1,25, 125 %, ou $1\frac{1}{4}$), l'enseignant fait découvrir aux élèves le lien existant entre ces différentes formes d'un même nombre rationnel.

L'enseignant rappelle rapidement aux élèves la technique pour passer d'une forme à l'autre et il insiste particulièrement sur la transformation d'une fraction en notation décimale.

Si les élèves ont des nombres équivalents à des nombres naturels ($\mathbb{N}$) ou entiers ($\mathbb{Z}$), il amène les élèves à placer ces nombres dans la bonne boîte.
Ex.: $\frac{10}{5}$, $\frac{-4}{2}$, etc.

Les élèves effectuent des exercices sur la transformation de fractions en notation décimale.

EXERCICES ET REFERENCES

Exercices

Transforme les fractions suivantes en notation décimale.

a) $\frac{1}{2}$	e) $\frac{1}{3}$	i) $\frac{3}{7}$	m) $\frac{6}{8}$
b) $\frac{7}{10}$	f) $\frac{1}{6}$	j) $\frac{7}{11}$	n) $\frac{9}{10}$
c) $\frac{1}{4}$	g) $\frac{4}{6}$	k) $\frac{1}{9}$	o) $\frac{8}{9}$
d) $\frac{3}{5}$	h) $\frac{5}{9}$	l) $\frac{2}{13}$	p) $\frac{10}{11}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (2.1.2): Trouver le nombre décimal périodique illimité associé à une fraction et vice-versa.	PAGE 5 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES
Lors du petit exercice, les élèves ont dû constater que certaines fractions admettaient un développement décimal limité et que d'autres fractions admettaient un développement décimal illimité. *Quelles sont les caractéristiques des suites décimales admettant un développement décimal illimité?* L'élève doit découvrir que ces suites admettant un développement décimal illimité, sont périodiques. *Existe-t-il des nombres rationnels dont la suite décimale admet un développement décimal non-périodique?* Il est possible que certains élèves puissent répondre à cette question, sinon, l'enseignant explique lui-même cette relation. L'enseignant pose ensuite les questions suivantes et en discute avec les élèves: a) Toutes les fractions donnent-elles un nombre décimal périodique? b) Dans quelles situations rencontre-t-on des nombres dont la suite décimale est non-périodique?	<u>Enrichissement</u> a) Un nombre décimal peut-il toujours être représenté par une fraction? b) Comment peut-on faire pour trouver la fraction correspondant à un nombre décimal?

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Ces questions visent à introduire les radicaux et les exposants!

L'enseignant laisse les élèves s'exprimer sur ces questions (principalement la deuxième); si cela est ardu, il peut proposer les exemples ci-dessous:

a) Quelle est la longueur de l'arête d'un cube dont le volume est de 27 cm^3?

b) Quelle est la longueur de l'arête d'un cube dont le volume est de 25 cm^3?

la suite décimale de $\sqrt[3]{25}$ est non-périodique.
$\sqrt[3]{25} = 2,924\ 017\ 738\ \ldots$

c) Quelle est la valeur de π ?

L'enseignant amène les élèves à constater que la valeur de π est le plus souvent fort approximative (Ex.: $\frac{22}{7}$, 3,14, 3,141 6, etc.).

L'élève doit constater que la suite décimale de π est non-périodique.

π = 3,141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884
197 169 399 375 105 820 974 944 592 307 816 406
286 208 998 628 034 825 342 117 067 982 148 086 (suite page suivante)

EXERCICES ET REFERENCES

c) Un nombre décimal périodique peut-il toujours être représenté par une fraction?

d) Comment peut-on faire pour trouver la fraction correspondant à un nombre décimal périodique?

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (2.1.1): Un nombre étant donné, identifier si ce nombre est un naturel, un entier, un rationnel, un irrationnel, un réel ou un complexe.	PAGE 7 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

513 282 305 647 093 844 609 550 582 231 725 359
408 128 481 117 450 284 102 701 938 521 105 559
644 622 948 954 930 381 964 428 810 975 665 933
446 128 475 648 233 786 783 165 271 201 909 145
648 566 923 460 348 610 454 326 648 213 393 607
260 249 141 273 724 587 006 606 315 588 174 881
520 920 962 829 254 091 715 364 367 892 590 360
011 330 530 548 820 466 521 384 146 951 941 511
609 433 057 270 365 759 591 953 092 186 117 381
932 611 793 105 118 548 074 462 379 962 749 567
351 885 752 724 891 227 938 183 011 949 129 833
673 362 440 656 643 086 021 39...

L'enseignant amène les élèves à constater qu'il existe d'autres nombres possédant un développement décimal illimité, mais non-périodique.
Ex.: $3^{1/2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{37}$, $\frac{1}{\sqrt{5}}$, etc.

L'enseignant demande aux élèves de trouver d'autres nombres qui admettent un développement décimal illimité et non-périodique (de 10 à 15 nombres)

Un élève écrit les nombres trouvés et acceptés par le groupe, sur des cartons et il les dépose dans la boîte no 4.

EXERCICES ET REFERENCES

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

Si certains nombres sont équivalents à des nombres naturels ($\mathbb{N}$), entiers ($\mathbb{Z}$) ou rationnels ($\mathbb{Q}$), l'enseignant amène les élèves à placer ces nombres dans le bon ensemble, donc dans la bonne boîte.

Ex.: $\sqrt{4}$, $\sqrt{\frac{25}{16}}$, $-\sqrt{9}$, $-\sqrt{\frac{16}{9}}$, etc.

L'enseignant fait constater aux élèves que l'on vient de créer (ou découvrir) une nouvelle classe de nombres que l'on appellera l'ensemble des nombres irrationnels, et que l'on notera $\mathbb{Q}'$.

L'enseignant inscrit le symbole $\mathbb{Q}'$ sur la quatrième boîte.

L'enseignant place alors les deux (2) boîtes $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{Q}'$ dans la cinquième boîte.

L'élève devrait constater que l'union des ensembles $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{Q}'$ correspond exactement à la cinquième boîte.

On appellera cette cinquième boîte l'ensemble des nombres réels, que l'on symbolisera par $\mathbb{R}$.

L'enseignant inscrit le symbole $\mathbb{R}$ sur la cinquième boîte.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES
Donc, l'ensemble des nombres rationnels ($\mathbb{Q}$) et l'ensemble des nombres irrationnels ($\mathbb{Q}'$) correspondent exactement à l'ensemble des nombres réels ($\mathbb{R}$). L'enseignant pose alors la question suivante: «Tous les nombres connus sont-ils identifiés?» On peut avoir une courte discussion avec les élèves sur cette question! Il reste tout de même les boîtes 6 et 7. *Que fera-t-on de la boîte no 6? L'activité qui suit nous en fournira la réponse!* ACTIVITE 2: Une petite synthèse L'enseignant effectue une synthèse des ensembles de nombres vus à date en utilisant le concept d'existence ou non de résultats d'opérations dans chacun de ces ensembles. A) On connaît $\mathbb{N}$. Les opérations possibles dans $\mathbb{N}$ sont l'addition et la multiplication.	

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

Ex.: 3 + 2 = 5 3 x 2 = 6
0 + 2 = 2 5 x 0 = 0
1 + 5 = 6 6 x 1 = 6 etc.

Si on fait l'opération inverse de l'addition dans $\mathbb{N}$, soit la soustraction, on obtient des nombres que l'on ne retrouve pas dans $\mathbb{N}$. Il faut alors créer l'ensemble des nombres entiers, $\mathbb{Z}$.

Ex.: 2 - 3 = -1
0 - 2 = -2
1 - 2 = -1 etc.

B) On connaît maintenant $\mathbb{Z}$.
Les opérations possibles dans $\mathbb{Z}$ sont alors l'addition, la soustraction et la multiplication.

Ex.: -3 + 2 = -1 2 - 3 = -1 4 x -3 = -12
-4 + 2 = -2 0 - 2 = -2 -4 x 0 = 0
1 + -5 = -4 1 - 2 = -1 -6 x 1 = -6 etc.

Si on fait l'opération inverse de la multiplication dans $\mathbb{N}$, soit la division, on obtient des nombres que l'on ne retrouve pas dans $\mathbb{Z}$. Il faut alors créer l'ensemble $\mathbb{Q}$.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES
Ex.: $1 \div 4 = \frac{1}{4}$ ou 0,25 $\quad -2 \div 5 = -\frac{2}{5}$ ou -0,4 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ ou $0,\overline{6}$ $\quad 6 \div -11 = -\frac{6}{11}$ ou $-0,\overline{54}$ $4 \div 3 = \frac{4}{3}$ ou $1,\overline{3}$ $\quad -5 \div 9 = -\frac{5}{9}$ ou $-0,\overline{5}$ etc.	
C) On connaît maintenant $\mathbb{Q}$. Les opérations possibles dans $\mathbb{Q}$ sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.	
Ex.: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ $\quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $\quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$ $\quad -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = -\frac{5}{6}$ $\quad -\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = -\frac{3}{2}$ etc.	
On peut aussi faire l'opération exponentiation (exposants entiers).	
$3^2 = 9$ $\quad (-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ $\quad (-2)^3 = -8$ $\quad (-0,5)^3 = -0,125$ etc.	
Qu'arrive-t-il quand on veut faire l'opération inverse de l'exponentiation, c'est-à-dire rechercher une certaine racine que nous appellerons plus tard le logarithme?	
a) Quelle est la racine carrée de 5? ($\sqrt{5}$ = ?)	

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

b) Quelle est la racine cubique de 7? ($\sqrt[3]{7}$ = ?)

L'utilisation de la calculatrice est plus que souhaitable!

L'enseignant démontre que ces racines vont générer de nouveaux nombres qu'on ne peut retrouver dans $\mathbb{Q}$. Ces nombres forment un nouvel ensemble appelé $\mathbb{Q}'$, que l'on appelle l'ensemble des nombres irrationnels.

En réunissant $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{Q}'$, nous avons formé l'ensemble des nombres réels ($\mathbb{R}$).

ACTIVITE 3: Un autre ensemble de nombres

L'élève a sûrement remarqué (on peut le lui demander) que, lors des deux questions précédentes, on s'est limité à extraire des racines de nombres positifs.

Qu'arrive-t-il si on essaie d'extraire la racine carrée d'un nombre négatif?
$\sqrt{-5}$ = ?

L'enseignant discute avec les élèves de cette question. Il demande ensuite aux élèves d'effectuer les extractions suivantes sur leur calculatrice:

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (2.1.1): Un nombre étant donné, identifier si ce nombre est un naturel, un entier, un rationnel, un irrationnel, un réel ou un complexe.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

a) $\sqrt{5}$

5 [$\sqrt{}$] [=]

b) $\sqrt{-5}$

5 [+/-] [$\sqrt{}$] [=]

Qu'arrive-t-il dans le cas de $\sqrt{-5}$ = ?

La calculatrice signale qu'il y a une erreur!

E ou ERROR ou ...

On peut donc supposer qu'il existe d'autres nombres que les nombres réels ($\mathbb{R}$).

Auparavant, on a peut-être dit aux élèves que cela était impossible! que cela n'existait pas! ou ...

A partir de maintenant, pour les élèves, ces nombres existent et nous les appellerons les nombres imaginaires ($\mathbb{I}$ ou $\mathbb{R}'$).

L'enseignant demande aux élèves de fournir quelques exemples de nombres imaginaires.

Un élève écrit ces nombres sur des cartons et les place dans la boîte no 6.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

L'enseignant inscrit le symbole $\mathbb{I}$ sur la boîte no 6.

La réunion des nombres réels ($\mathbb{R}$) et des nombres imaginaires ($\mathbb{I}$) forment un nouvel ensemble de nombres que nous appellerons l'ensemble des nombres complexes ($\mathbb{C}$); ces ensembles de nombres ($\mathbb{I}$ et $\mathbb{C}$) serviront davantage au niveau collégial.

ACTIVITE 4: Une synthèse de l'emboîtement

A l'aide des boîtes nos 1 à 7, l'enseignant résume l'ensemble de l'édifice des nombres connus.

a) $\mathbb{N}$
b) $\mathbb{Z}$

Quels sont les nombres situés dans l'espace entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$?

c) $\mathbb{Q}$
d) $\mathbb{Q}'$
e) $\mathbb{R}$
f) $\mathbb{I}$
g) $\mathbb{C}$

Quels sont les nombres situés dans l'espace entre $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$?

A ce stade, l'enseignant peut généraliser les définitions de $\mathbb{I}$ et $\mathbb{R}$. $\mathbb{I} \longrightarrow a + bi,\ b \neq 0 \quad (i^2 = \sqrt{-1})$
$\mathbb{R} \longrightarrow a + bi,\ b = 0$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

ACTIVITE 5: Le langage ensembliste à l'aide de $\mathbb{N}$

L'enseignant pose la question suivante: «Quelle est la première utilisation des nombres qu'un enfant fait dans sa vie?»

Il se sert des nombres pour compter!

Ex.: Combien y a-t-il de doigts dans ta main?

Cette question demande à l'enfant de déterminer le nombre d'objets qu'il y a dans une collection d'objets. Ce nombre d'objets s'appelle le cardinal d'un ensemble et il est noté #.

Ex.: # (nombre de doigts dans ta main) = 5

N.B.: Tous les nombres que l'on peut utiliser pour noter le nombre d'éléments dans un ensemble sont appelés des nombres naturels.

Comment peut-on définir l'ensemble des nombres naturels?

L'enseignant fait ressortir les trois façons de décrire un ensemble, en utilisant l'ensemble $\mathbb{N}$ comme exemple:

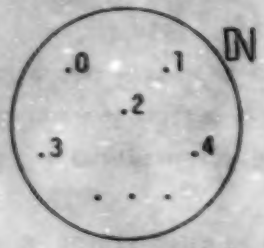
OBJECTIF INTERMEDIAIRE ($\begin{matrix}1.2.8\\1.2.1\end{matrix}$): Déterminer le cardinal d'ensembles finis. Indiquer si un élément appartient ou non à un ensemble donné.	PAGE 16 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

a) définition en extension: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

b) définition en compréhension:
$\mathbb{N} = \{x | x \text{ est le cardinal d'un ensemble}\}$

c) définition par un diagramme de Venn:



A ce stade, l'enseignant peut faire ressortir l'idée d'ensembles finis et d'ensembles infinis.

Les cinq doigts de ta main.

ℕ

La notion de cardinalité est intimement reliée à l'idée d'ensembles finis!

Comment peut-on symboliser le fait qu'un élément appartient ou non à un ensemble donné?

Ex.: Le pouce (p) appartient à l'ensemble des doigts (D) de ta main. Donc: $p \in D$

EXERCICES ET REFERENCES

Signaler la signification des trois points de suspension!

Signaler la signification des trois points non-identifiés!

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Le nombre cinq (5) appartient à l'ensemble des nombres naturels ($\mathbb{N}$). Donc: $5 \in \mathbb{N}$

Quelle serait la signification des expressions suivantes?
$6 \in \mathbb{N}$ et $-6 \notin \mathbb{N}$

EXERCICES ET REFERENCES

Exercices

1. Les ensembles suivants sont-ils finis ou infinis?
   a) Le nombre de boutons sur une chemise;
   b) Le nombre de grains de sable sur la Terre;
   c) Le nombre d'étoiles dans l'Univers;
   d) Le nombre d'éléments dans $\mathbb{N}$;
   e) Le nombre d'éléments dans $\mathbb{Z}$ mais non dans $\mathbb{N}$.

A nos bottes!

2. Quel est le cardinal de chacun des ensembles suivants?
   a) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
   b) $\{x | x \text{ est un mois de l'année}\}$
   c) $\{x | x \text{ est une page d'une encyclopédie comprise entre la page 982 et la page 1022}\}$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES

d) $\{x|x$ est un poisson de la mer morte$\}$

e) $\mathbb{N}$

3. Vrai ou faux?

a) 1 324 819 435 602 113 $\in \mathbb{N}$

b) Kiwi $\in \{x|x$ est un fruit$\}$

c) $0 \in \mathbb{N}$

d) $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$

e) Février $\in \{x|x$ est un jour de la semaine$\}$

ACTIVITE 6: Le langage ensembliste à l'aide de $\mathbb{Z}$

Comment peut-on définir $\mathbb{Z}$ en extension?

L'enseignant amène les élèves à: $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

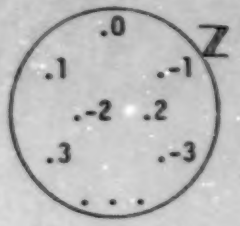
On peut aussi dire: $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ...\}$

Comment peut-on définir $\mathbb{Z}$ en compréhension?

L'enseignant amène les élèves à: $\mathbb{Z} = \{a, b \in \mathbb{N}$ et $x|x = a - b\}$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

Comment peut-on définir $\mathbb{Z}$ à l'aide d'un diagramme de Venn?



L'enseignant amène les élèves à représenter $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ sur un même diagramme de Venn.

Comment peut-on comparer $\mathbb{N}$ par rapport à $\mathbb{Z}$?

L'enseignant amène les élèves à comprendre que $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$. $\mathbb{N}$ est donc un sous-ensemble de $\mathbb{Z}$, ce qui est noté: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Par définition, on dira qu'un ensemble A est inclus dans un ensemble B, si et seulement si tous les éléments de A sont des éléments de B

Ex.: Si $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
alors, $A \subseteq B$.

De plus, si tous les éléments de B sont aussi des éléments de A, on dira que les ensembles A et B sont égaux.

Ex.: Si $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{1, 2, 3\}$
alors, $A \subseteq B$ et $B \subseteq A$
et $A = B$

A ce stade, l'enseignant peut poser la question suivante: «Combien de sous-ensembles existe-t-il dans un ensemble fini d'éléments?»

EXERCICES ET REFERENCES

Exercices

1. Vrai ou faux?
   a) $1 \subseteq \mathbb{N}$
   b) $\{0, 1\} \subseteq \mathbb{N}$
   c) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$
   d) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$
   e) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

N.B.: L'enseignant propose successivement aux élèves de trouver les sous-ensembles de chacun des ensembles ci-dessous:

a) $A = \{1\}$
b) $B = \{1, 2\}$
c) $C = \{1, 2, 3\}$
d) $D = \{1, 2, 3, 4\}$

Il demande ensuite aux élèves de découvrir la règle permettant de déterminer le nombre de sous-ensembles possibles d'un ensemble fini d'éléments.

Faire remarquer aux élèves que l'ensemble vide ($\emptyset$) est sous-ensemble de tout ensemble!

Les élèves devraient constater que pour l'ensemble

A, il existe 2 sous-ensembles $\longrightarrow \{\emptyset, \{1\}\}$
B, il existe 4 sous-ensembles $\longrightarrow \{\emptyset, \{.\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
C, il existe 8 sous-ensembles $\longrightarrow$ ...
D, il existe 16 sous-ensembles $\longrightarrow$ ...

Tout ensemble est aussi sous-ensemble de lui-même!

Les élèves devraient dégager la règle suivante: A partir d'un ensemble qui possède n éléments, on peut constituer 2n sous-ensembles.

EXERCICES ET REFERENCES

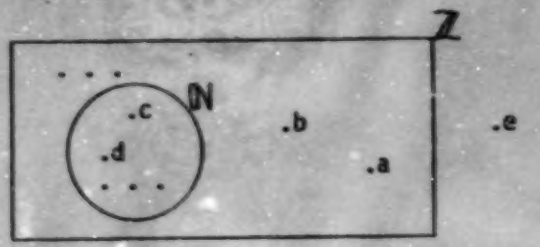
OBJECTIF INTERMEDIAIRE ($\frac{1.2.1}{1.2.2}$): Indiquer si un élément appartient ou non à un ensemble donné. Un ensemble étant donné, décrire celui-ci en extension, en compréhension ou à l'aide d'un diagramme.	PAGE 22 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES

Exercices

1. A partir du diagramme suivant:



Vrai ou faux?

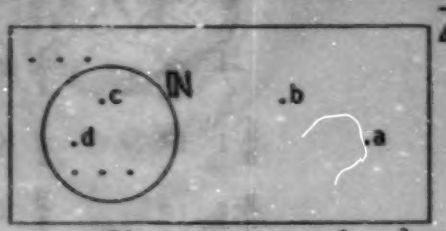
a) $d \in \mathbb{Z}$
b) $c \notin \mathbb{Z}$
c) $c \in \mathbb{N}$
d) $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$
e) $e \notin \mathbb{Z}$

2. Définis en extension, en compréhension et à l'aide de diagrammes de Venn, chacun des ensembles suivants:
   a) l'ensemble des nombres naturels inférieurs à 5;
   b) l'ensemble des nombres entiers inférieurs à 3 et supérieurs à -2;
   c) $\mathbb{N}$
   d) $\mathbb{Z}$

3. A partir du diagramme suivant:
   Vrai ou faux?

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES



a) $a \subseteq \mathbb{N}$
b) $\{a\} \subseteq \mathbb{N}$
c) $\{a\} \subseteq \mathbb{Z}$
d) $\{c, d\} \subseteq \mathbb{Z}$
e) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$
f) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$

4. Soit: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$, $C = \{3, 1, 2\}$, $D = \{23, 1\}$, $E = \{\}$, $F = \{0\}$, $G = \{312\}$ et $H = \{b, c, a\}$
Détermine les ensembles égaux.

5. Soit l'ensemble $A = \{1, 2, 3\}$; détermine tous les sous-ensembles possibles de A.

6. Quelle règle dois-tu appliquer pour trouver le nombre de sous-ensembles d'un ensemble?

7. Détermine le cardinal de chacun des ensembles suivants:
a) $A = \{x | x \text{ est un mois de l'année}\}$
b) $B = \{x | x \text{ est un jour de la semaine}\}$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

ACTIVITE 7: Le langage ensembliste à l'aide de $\mathbb{Q}$.

L'enseignant fait un léger rappel sur les notions ensem-

EXERCICES ET REFERENCES

c) $C = \{x | x$ est un nombre naturel inférieur ou égal à 102$\}$

8. Pour chacun des nombres suivants, dis si ce nombre est un nombre naturel, entier, rationnel, irrationnel, réel ou complexe.

a) -5
b) $\frac{2}{3}$
c) $-\sqrt{3}$
d) $\sqrt{4}$
e) $0,62$
f) $0,\overline{3}$
g) $\sqrt{-4}$
h) π
i) $2\sqrt{-5}$
j) $\frac{2}{5}\sqrt{25}$
k) $-\sqrt[3]{27}$
l) $\sqrt[3]{-64}$
m) $\sqrt[3]{2}$
n) $2 + \sqrt{-3}$
o) $a\sqrt{b}$

9. Ecris le nombre décimal périodique associé à chaque fraction.

a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{2}{7}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $2\frac{3}{4}$
e) $1\frac{4}{9}$
f) $\frac{2}{11}$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

blistes vues à date:

Soit A = {a, b, c} et B = {a, b, c, d, e}

a) a ∈ A, b ∈ A, c ∈ B, d ∉ A, e ∉ A, etc.

b) A ⊆ B, car tous les éléments de A sont aussi des éléments de B.

c) B ⊈ A, car certains éléments de B ne sont pas des éléments de A (Ex.: d ∉ A et e ∉ A).

d) A ≠ B, car, pour être égaux, deux ensembles doivent posséder exactement les mêmes éléments. A = B si et seulement si A ⊆ B et B ⊆ A.

L'enseignant pose la question suivante: «Pour quelle raison avons-nous appelé l'une des boîtes @'? (la boîte no 4)

Les élèves s'expriment sur cette question et l'enseignant en profite pour concrétiser une nouvelle notion que l'on peut noter par A'.

On sait que A = {a, b, c}

Quelles sont les particularités de A'?

① A' = {d, e}

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

(2) A' est défini en référence à B (B est le référentiel)

(3) Si A était défini en référence à un autre ensemble,
soit C = {a, b, c, d, e, f, g}
alors A' = {d, e, f, g}

A' s'appelle le complément de A en référence à B ou C, selon le cas!

L'enseignant présente toutes sortes de situations pour faire reconnaître l'importance des particularités mentionnées ci-dessus:

Ex.: Peut-on définir C' = {3, 4}
Non, car on ne connaît ni C, ni le référentiel

Ex.: Peut-on définir V' si V = {1, 3, 4}
Non, car on ne connaît pas le référentiel

L'enseignant pose la question suivante: «Avez-vous déjà rencontré la notation de complémentarité d'ensembles quand on a travaillé sur les ensembles de nombres?»

Il s'agissait des boîtes nos 4 et 6, soient $\mathbb{Q}'$ et $\mathbb{R}'$.

L'enseignant demande aux élèves de:

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES
a) définir l'ensemble $\mathbb{Q}'$; b) définir l'ensemble dont il est le complément; c) définir le référentiel. *Les bottes seraient utiles pour répondre à ces questions!* L'enseignant réutilise les bottes nos 3, 4 et 5, soit $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}'$ et $\mathbb{R}$.	Exercices 1. Soit le référentiel $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ et les ensembles $A = \{-2, -1\}$, $B = \{0\}$ et $C = \{1, 2, 3\}$. Trouve a) A' b) B' c) C' 2. Si $V = \{a, b, c\}$, trouve V'. 3. Si $E' = \{a, y\}$ et $U = \{x \mid x \text{ est une voyelle}\}$, trouve E'.
ACTIVITE 8: Des opérations ensemblistes L'enseignant demande aux élèves s'ils se rappellent avoir	

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

déjà fait des opérations ensemblistes, et il leur pose par la suite les questions suivantes:

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' =$ ▨ *et pourquoi?*

$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' =$ ▨ *et pourquoi?*

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} =$ ▨ *et pourquoi?*

Ces trois (3) questions sont laissées en devoir et la discussion reprendra au cours suivant.

A) L'enseignant pose la question suivante: «Quelle réponse avez-vous trouvée à la première question?» ($\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' =$ ▨ et pourquoi?)

A partir des réponses apportées par les élèves, l'enseignant fait ressortir les éléments qui amèneront les élèves à définir cette opération (l'union de deux ensembles), à partir des ensembles donnés:

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$

et

$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \{x | x \in \mathbb{Q} \text{ ou } x \in \mathbb{Q}'\}$

Faire ressortir le fait que l'union d'un ensemble et de son complément donne l'ensemble référentiel!

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES
Il est par la suite essentiel que les élèves puissent généraliser cette définition et obtenir une réponse du genre suivant: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$ L'enseignant établit alors un parallèle avec le concept de disjonction (V) qui a déjà été abordé en logique. *L'analogie peut maintenant se transférer au niveau symbolique; V et U.* $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	Exercices Soit le référentiel $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et les ensembles $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{5\}$ et $D = \{0, 1, 5\}$; trouve: a) $A \cup B$ c) $A \cup U$ e) $A \cup B \cup C$ b) $B \cup U$ d) $A \cup C$ f) $A' \cup B'$
B) L'enseignant pose la question suivante: «Quelle réponse avez-vous trouvée à la troisième question?» ($\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} =$ et pourquoi?) A partir des réponses apportées par les élèves,	

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

. l'enseignant fait ressortir:
- l'analogie avec la soustraction: $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$

et

- l'analogie avec la notion de complémentarité d'ensembles qui nécessite un référentiel pour sa définition.

Si $\mathbb{Q}'$ est le complément de $\mathbb{Q}$ dans le référentiel $\mathbb{R}$, alors $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \{x | x \in \mathbb{R} \text{ et } x \notin \mathbb{Q}\} = \mathbb{Q}'$
et $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}' = \{x | x \in \mathbb{R} \text{ et } x \notin \mathbb{Q}'\} = \mathbb{Q}$

Une discussion avec utilisation des boîtes 3, 4 et 5, soit $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}'$ et $\mathbb{R}$ serait plus que souhaitable.

Il est par la suite essentiel que les élèves puissent généraliser cette définition et obtenir une réponse du genre: $B \setminus A = \{x | x \in B \text{ et } x \notin A\}$

L'enseignant établit un parallèle avec le concept de conjonction ($\wedge$) qui a déjà été abordé en logique.

$B \setminus A = \{x | x \in B \wedge x \notin A\}$

Exercices

Soit le référentiel $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (1.2.6): Etant donné deux ou plusieurs ensembles, en trouver l'union, l'intersection ou la différence.	PAGE 31 de 38
ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

C) L'enseignant pose la question suivante: «Quelle réponse avez-vous trouvée à la deuxième question?» ($\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' =$ et pourquoi?)

A partir des réponses apportées par les élèves, l'enseignant fait ressortir les éléments qui amèneront les élèves à définir cette opération (l'intersection de deux ensembles) à partir des ensembles donnés:

$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' = \emptyset$

et

$\mathbb{D} \cap \mathbb{Q}' = \{x | x \in \mathbb{D} \text{ et } x \in \mathbb{Q}\}$

Faire ressortir la propriété que l'intersection d'un ensemble et de son complément donne l'ensemble vide!

Il est par la suite essentiel que les élèves puissent généraliser cette définition et obtenir une réponse du genre: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ et } x \in B\}$

les ensembles $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{5\}$ et $D = \{0, 1, 5\}$; trouve:

a) $U \setminus B$
b) $U \setminus (A \cup B)$
c) $(U \setminus A) \cup B$
d) $U \setminus A'$
e) $(A \cup B) \setminus (C \cup D)$
f) $(A \cup B)' \setminus D$
g) $U \setminus U$
h) $U' \setminus U$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (1.2.6): Etant donné deux ou plusieurs ensembles, en trouver l'union, l'intersection ou la différence.	PAGE 32 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES
L'enseignant établit alors un parallèle avec le concept de conjonction ($\wedge$) qui a déjà été abordé en logique. $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	**Exercices** Soit le référentiel $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et les ensembles $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{5\}$ et $D = \{0, 1, 5\}$; trouve: a) $A \cap B$ f) $(B \setminus C') \cap D$ b) $U \cap C$ g) $(A \cup B)' \cap (D \setminus C)$ c) $A \cap D$ h) $(C \cup D)' \setminus B$ d) $A' \cap B$ i) $(A \cup B)' \setminus (A' \cap B')$ e) $C \cap D'$ j) $(A' \cup B') \setminus (A \cap B)'$
ACTIVITE 9: En guise de synthèse L'enseignant résume ces opérations ensemblistes en posant des questions faisant appel à: $\mathbb{R}$: ensemble des nombres réels $\mathbb{I}$: ensemble des nombres imaginaires $\mathbb{C}$: ensemble des nombres complexes $\mathbb{Q}$: ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}'$: ensemble des nombres irrationnels	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (1.2.6): Etant donné deux ou plusieurs ensembles, en trouver l'union, l'intersection ou la différence.	PAGE 33 de 38

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES

A vos bottes!!!

a) $\mathbb{R}' =$

b) $\mathbb{I}' =$

c) $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} =$

d) $\mathbb{C} \setminus \mathbb{I} =$

e) $\mathbb{R} \cup \mathbb{I} =$

f) $\mathbb{R} \cap \mathbb{I} =$

g) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' =$

h) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' =$

i) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} =$

j) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}' =$

Les réponses attendues doivent conduire à mettre en évidence les lois déjà connues: $A \cup A' = U$

$A \cap A' = \emptyset$

Ces réponses doivent aussi conduire à établir l'analogie qui existe entre certaines opérations logiques et ensemblistes.

Logique	Ensemble
$\wedge$ (et)	$\cap$ (intersection)
$\vee$ (ou)	$\cup$ (union)
$\neg$ (non)	$'$ (complément)

ACTIVITE 10: De Morgan

L'enseignant fait remarquer aux élèves que les lois de

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

De Morgan vues en logique

$\neg(P \wedge Q) \longleftrightarrow \neg P \vee \neg Q$

$\neg(P \vee Q) \longleftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$

s'appliquent également au niveau ensembliste:

$(A \cup B)' = A' \cap B'$

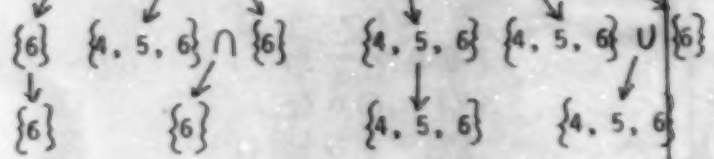
$(A \cap B)' = A' \cup B'$

L'enseignant utilise deux (2) ensembles A et B quelconques pour démontrer la véracité de ces deux (2) lois.

Ex.: $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Le référentiel est $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$



EXERCICES ET REFERENCES

Exercices

Démontre les deux (2) lois de De Morgan à l'aide des ensembles suivants:

$U = \{a, b, c, d, e\}$

$A = \{a, b\}$

$B = \{c, d\}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE (2.1.3): Situer à un degré de précision donné, un nombre réel sur la droite numérique.	PAGE 35 de 38

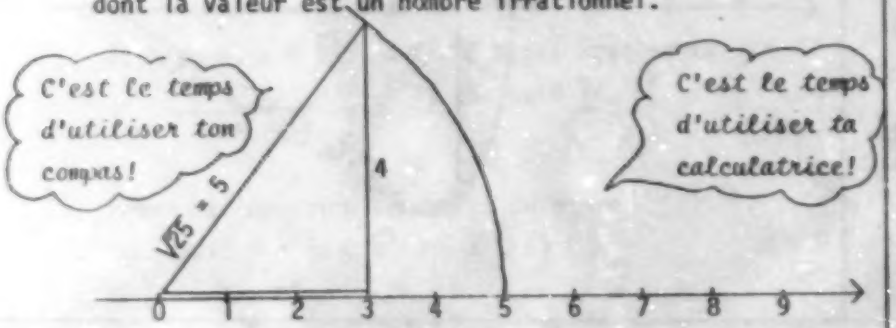
ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

ACTIVITE 11: Représentation des nombres réels sur la droite numérique

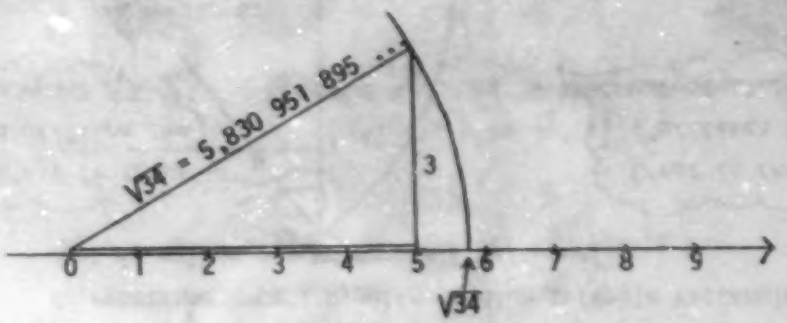
L'enseignant rappelle aux élèves comment représenter graphiquement l'ensemble solution d'une forme propositionnelle du premier degré à une variable (objectif de troisième secondaire); il rappelle aussi aux élèves comment représenter $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$ sur la droite des nombres réels.

Il faut maintenant représenter $\mathbb{Q}'$ sur la droite des nombres réels.

La technique utilisée par les élèves devrait être celle du rabattement de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont la valeur est un nombre irrationnel.



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE



ACTIVITE 12: Des opérations ensemblistes sur les intervalles

L'enseignant rappelle aux élèves comment représenter

EXERCICES ET REFERENCES

Exercices

A l'aide de la technique du rabattement de l'hypoténuse d'un triangle rectangle approprié, situe les nombres suivants sur la droite des réels.

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{13}$ c) $\sqrt{5}$ d) $\sqrt{74}$

Le truc est de trouver les deux (2) nombres dont la somme des carrés donne le nombre sous le radical.

Que fait-on avec $2\sqrt{13}$?

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES

graphiquement une forme propositionnelle du premier degré à une variable:

a) $\forall a, b, x \in \mathbb{R}$: $a \leq x \leq b$ est représenté par

et est noté $[a, b]$

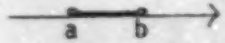
b) $\forall a, b, x \in \mathbb{R}$: $a < x \leq b$ est représenté par

et est noté $]a, b]$

c) $\forall a, b, x \in \mathbb{R}$: $a \leq x < b$ est représenté par

et est noté $[a, b[$

d) $\forall a, b, x \in \mathbb{R}$: $a < x < b$ est représenté par



et est noté $]a, b[$

Poser des questions ouvertes du genre:

Soit $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 6\}$

et

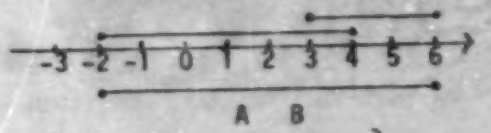
$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$

Illustre: a) $A \cup B$ c) $B \setminus A$ e) B'

b) $B \cap A$ d) $A \setminus B$ f) A' etc.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Ex.: a)



$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 6\}$

b) etc.

Les élèves doivent évidemment utiliser aussi des intervalles ouverts et semi-ouverts!

L'enseignant peut ensuite généraliser ces illustrations à partir des ensembles suivants:

Soit $A = \{a, b, x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

$B = \{c, d, x \in \mathbb{R} \mid c \leq x \leq d\}$

Illustre: a) $A \cup B$ c) $B \setminus A$ e) A'

b) $A \cap B$ d) $A \setminus B$ f) B'

EXERCICES ET REFERENCES

L'illustration sur la droite numérique peut aider à visualiser les résultats de telles opérations ensemblistes.

On peut mettre l'ensemble solution sur une autre droite numérique.

Exercices

Soit les ensembles

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}$ et

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 5\}$

Illustre:

a) $A \cup B$ d) $B \setminus A$

b) $A \cap B$ e) $(A \cap B)'$

c) $A \setminus B$ f) $(A \cup B)'$